

Экзамен по курсу: "Алгебра и геометрия"

1 курс 1 семестр

Вариант номер D9112931

1. Докажите, что любая кривая второго порядка в некоторой декартовой системе координат задается одним из трех типов приведенных уравнений

$$\lambda_1 x_1^2 + \lambda_2 x_2^2 + c = 0, \quad \lambda_1 x_1^2 + c = 0, \quad \lambda_1 x_1^2 + 2\beta x_2 = 0,$$

где все коэффициенты ненулевые, кроме, возможно, величины c .

2. Докажите, что ранг произведения матриц не больше ранга каждого сомножителя.
3. Докажите, что отображение $z \rightarrow z^n$ является гомоморфизмом мультипликативной группы $\mathbb{C}^*$ поля комплексных чисел в себя. Найдите его ядро и образ.
4. Элементы квадратной матрицы Z имеют вид $z_{ij} = 1$ при $j = i + 1$ и $z_{ij} = 0$ в остальных позициях. Докажите, что множество всех вещественных матриц, коммутирующих с матрицей Z , является коммутативной алгеброй, и найдите ее размерность.